

PROBABILITÉS – 3 IF

TD 1 : DÉNOMBREMENT – PROBABILITÉS ÉLÉMENTAIRES

Exercice 1 : On appelle main tout ensemble de 13 cartes prises dans un jeu de 52 cartes.

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Combien y a-t-il de mains contenant :
 - (a) au moins 1 pique ?
 - (b) au plus 1 pique ?
 - (c) exactement 1 as et contenant au plus 2 piques ?

Exercice 2 :

Jacques dit à Paul : “si j’ai une chance sur six d’obtenir un six en lançant un dé, alors je double mes chances en le lançant deux fois”. Jacques a-t-il raison ? Pourquoi ?

(Construire un modèle probabiliste et traduire la question posée en termes de calcul de la probabilité d’un événement.)

Exercice 3 :

Le prince de Toscane demande un jour à Galilée : pourquoi lorsqu’on jette 2 dés obtient-on plus souvent la somme 7 que la somme 6, bien que ces deux sommes soient obtenues de trois façons différentes ?

(Même indication.)

Exercice 4 :

Dans un groupe de n personnes, quelle est la probabilité pour que les anniversaires de deux au moins d’entre elles tombent le même jour ? A partir de combien de personnes cette probabilité dépasse-t-elle $1/2$? (On ne tient pas compte des années bissextiles.)

Exercice 5 :

Dans un paquet de papillotes, il y a 50 papillotes, dont 20 sont des pâtes de fruit, 20 sont au chocolat noir et 10 au chocolat au lait. Je pioche au hasard 4 papillotes. Quelle est la probabilité d’avoir 2 papillotes au chocolat au lait ? Combien en moyenne vais-je piocher de chocolat au lait ?

Annexe : Lire attentivement, et réfléchir sur le concept de « rédaction » en mathématiques.

Voici une démonstration rapide de l'égalité bien connue de tous :

$$1 = -2.$$

Théorème : $1 = -2$.

DÉMONSTRATION

On considère, pour $x \in \mathbb{R}$, l'équation :

$$x^2 = x - 1 \tag{1}$$

Comme $x = 0$ n'est pas solution de cette équation, on peut diviser par x membre à membre.

On obtient alors :

$$x = 1 - \frac{1}{x} \tag{2}$$

c'est-à-dire :

$$-\frac{1}{x} = x - 1 \tag{2'}$$

D'après (1), on a donc :

$$x^2 = -\frac{1}{x} \tag{3}$$

c'est-à-dire, puisque $x \neq 0$: $x^3 = -1$, dont la solution est $x = -1$.

On injecte alors dans (1) et on trouve :

$$(-1)^2 = -2.$$

soit,

$$1 = -2.$$